

BAB II

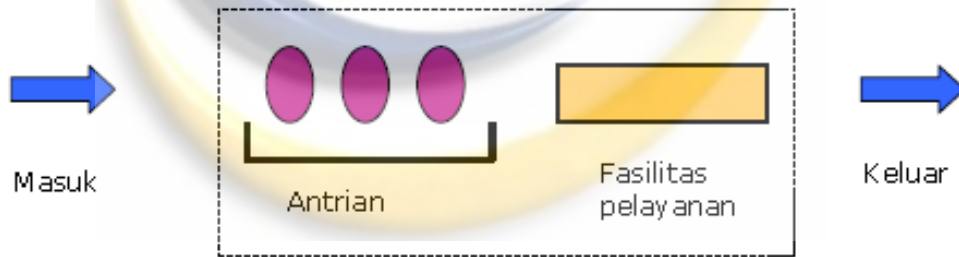
LANDASAN TEORI

2.1 Definisi sistem antrian

Sistem antrian adalah suatu himpunan pelanggan, pelayan (loket) serta suatu aturan yang mengatur kedatangan pelanggan dan pemrosesan masalah pelayanan antrian dimana dicirikan oleh lima buah komponen yaitu: pola kedatangan para pelanggan, pola pelayanan, jumlah pelayanan, kapasitas fasilitas untuk menampung para pelanggan dan aturan dalam mana para pelanggan dilayani. (Pangestu,dkk.2000)

2.2 Komponen Sistem Antrian

Struktur umum dari model antrian yang memiliki dua komponen utama yaitu : (1) Garis tunggu atau sering disebut antrian (*queue*), dan (2) Fasilitas pelayanan (*service facility*). Pelanggan atau konsumen menunggu untuk memasuki fasilitas pelayanan, menerima pelayanan, dan akhirnya keluar dari sistem pelayanan. Selain Komponen utama struktur dari model antrian memiliki komponen lain. Adapun komponen lainnya adalah sebagai berikut: (Yamit, 1993)



Gambar 2. 1 Struktur Umum Model Antrian

(Sumber : Yamit,1993)

a. Karakteristik Kedatangan

Menurut (Jay dan Barry, 2005), sumber *input* yang menghadirkan kedatangan pelanggan bagi sebuah sistem pelayanan memiliki tiga karakteristik utama :

1. Ukuran populasi kedatangan

2. Perilaku kedatangan
3. Pola kedatangan (distribusi statistik)

Ukuran populasi kedatangan dilihat sebagai terbatas atau tidak terbatas. Sebuah populasi dinyatakan sebagai populasi terbatas jika antrian yang terjadi hanya terdapat pengguna pelayanan potensial dengan jumlah terbatas. Sementara populasi yang tidak terbatas terjadi ketika dalam antrian terdapat materi atau orang-orang yang jumlahnya tidak terbatas dapat datang dan meminta pelayanan. Kedatangan dianggap sebagai kedatangan yang acak bila kedatangan tersebut tidak terikat satu sama lain dan kejadian kedatangan tersebut tidak dapat diramalkan secara tepat. Sering dalam permasalahan antrian, kedatangan pada setiap unit waktu dapat diperkirakan oleh sebuah distribusi peluang yang disebut distribusi *Poisson*.

Perilaku kedatangan menggambarkan perilaku pelanggan yang sabar menunggu dalam antrian hingga mereka dilayani dan tidak berpindah garis antrian dan pelanggan yang menolak untuk bergabung dalam antrian karena merasa waktu yang dibutuhkan untuk mendapatkan pelayanan terlalu lama.

b. Karakteristik Antrian

Garis antrian merupakan komponen kedua pada sebuah sistem antrian. Panjangnya sebuah baris antrian dapat bersifat terbatas dan tidak terbatas. Sebuah baris antrian disebut terbatas jika antrian tersebut tidak dapat ditingkatkan lagi tanpa batas. Baris antrian disebut tidak terbatas ketika ukuran antrian tidak dibatasi dan dapat terus ditingkatkan. Karakteristik antrian yang selanjutnya berkaitan dengan aturan antrian (disiplin antrian). Aturan antrian mengacu pada aturan urutan pelanggan dalam barisan yang akan menerima pelayanan. Sebagian besar sistem menggunakan aturan antrian yang disebut aturan *first-in first-out* (FIFO) dimana pelanggan yang datang lebih dahulu dialah yang pertama dilayani (Jay dan Barry, 2005). Menurut Haluan *dalam* Rejeki (2005), dalam prakteknya, terdapat beberapa aturan antrian yang biasa digunakan, yaitu :

- a. *First In First Out* (FIFO) atau *First Come First Served* (FCFS), yaitu pelayanan dimana yang lebih dahulu masuk maka lebih dahulu keluar atau yang lebih dahulu datang maka lebih dahulu dilayani.
- b. *Last In First Out* (LIFO) atau *Last Come First Serve* (LCFS), yaitu pelayanan dimana yang terakhir masuk maka lebih dahulu keluar atau yang terakhir datang maka yang lebih dahulu dilayani.
- c. *Priority Service* (PS), yaitu pelayanan dimana prioritas pelayanan diberikan kepada yang mempunyai prioritas lebih tinggi dibandingkan dengan yang mempunyai prioritas lebih rendah, meskipun telah lebih dahulu tiba.
- d. *Service In Random Order* (SIRO), yaitu pelayanan dimana panggilan berdasarkan pada peluang secara acak, tidak masalah dengan yang datang lebih awal.
- e. *General Service Diciplint* (GD), yaitu pelayanan yang mempunyai aturan dan tata tertib yang berlaku umum dan ditaati bersama.

c. Karakteristik Pelayanan

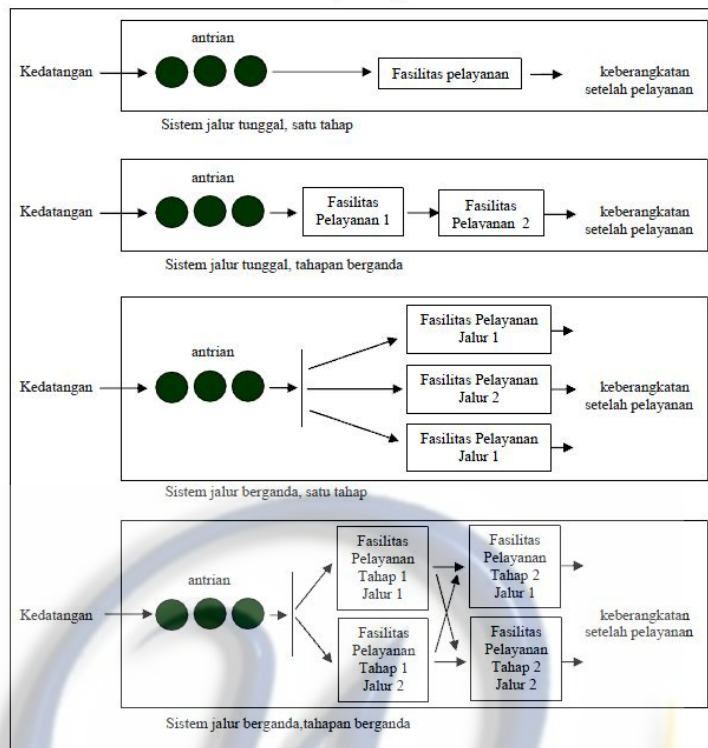
Karakteristik pelayanan merupakan komponen ketiga dalam sistem antrian. Terdapat dua hal penting dalam karakteristik pelayanan, yaitu :

- (1) desain sistem pelayanan dan (2) distribusi waktu pelayanan.

1. Desain dasar sistem antrian

Pelayanan umumnya digolongkan menurut jumlah saluran yang ada (contoh: jumlah kasir) dan jumlah tahapan (contoh: jumlah pemberhentian). Desain dasar sistem antrian dapat dikelompokkan ke dalam empat jenis, yaitu :

- a. Sistem antrian jalur tunggal yaitu sebuah sistem pelayanan yang memiliki satu jalur dan satu titik pelayanan
- b. Sistem antrian jalur berganda yaitu sebuah sistem pelayanan yang memiliki satu jalur dengan beberapa titik pelayanan
- c. Sistem satu tahap yaitu sebuah sistem dimana pelanggan menerima dari hanya satu stasiun dan kemudian pergi meninggalkan sistem
- d. Sistem tahapan berganda yaitu sebuah sistem dimana pelanggan menerima jasa dari beberapa stasiun sebelum meninggalkan sistem

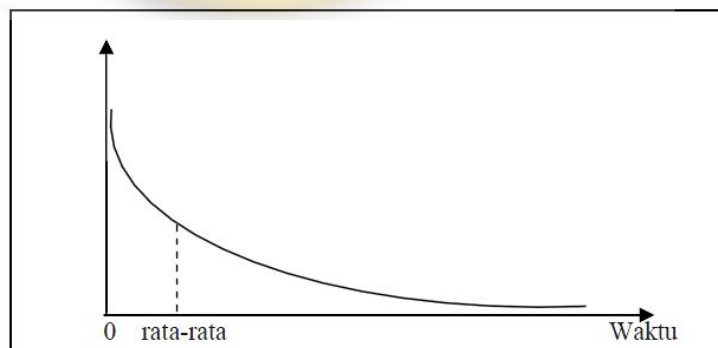


Gambar 2. 2 Desain Sistem Antrian Dasar

(Sumber : Jay dan Barry, 2005)

2. Distribusi waktu pelayanan

Distribusi waktu pelayanan menggambarkan waktu yang dibutuhkan untuk melayani pelanggan. Biasanya waktu pelayanan ini diasumsikan dengan menggunakan distribusi peluang Eksponensial negatif (negative exponential probability distribution) seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.



Gambar 2. 3 Distribusi Eksponensial

(Sumber : Jay dan Barry, 2005)

Elemen-elemen dasar model antrian bergantung kepada faktor-faktor berikut :

a. Distribusi Kedatangan

Kedatangan langganan kedalam sistem selalu menurut proses *Poisson*, yaitu banyaknya langganan yang datang sampai pada waktu tertentu mempunyai distribusi *Poisson*. Hal ini benar apabila kedatangan langganan secara random pada kecepatan kedatangan rata-rata tertentu.

b. Barisan Antri

Suatu antrian selalu ditandai dari besarnya jumlah langganan yang ada didalam sistem untuk mendapatkan pelayanan. Antrian disebut terbatas apabila jumlah langganan yang dibolehkan masuk kedalam sistem, dibatasi sampai jumlah tertentu, bila pembatasan yang demikian tidak diadakan, maka antrian dikatakan tidak terbatas.

c. Disiplin Pelayanan

Disiplin pelayanan adalah suatu urutan yang dikenakan di dalam memilih langganan, dari barisan antri untuk segera dilayani. Aturan yang biasa digunakan adalah "First In First Out" (FIFO), yakni siapa yang lebih dahulu datang, maka ia akan dilayani lebih dahulu. Aturan-aturan lain seperti, "Last In First Out" (LIFO), yakni belakangan datang akan lebih dahulu dilayani, Random, Prioritas dan lain-lain. Disiplin pelayanan berdasarkan prioritas, pada umumnya ditemui pada pelayanan di rumah sakit, dimana orang yang mendapat penyakit lebih parah dilayani lebih dahulu, walaupun belakangan datang.

d. Mekanisme Pelayanan

Mekanisme pelayanan adalah jumlah susunan stasiun, yang terdiri dari satu atau lebih stasiun pelayanan disusun seri atau paralel, gabungan atau sirkuler. Suatu model pelayanan tunggal, apabila sistem hanya mempunyai satu stasiun pelayanan dan kalau dikatakan model pelayanan ganda bila stasiun pelayanan lebih dari satu.

e. Waktu Pelayanan

Waktu yang diperlukan untuk pelayanan, sejak pelayanan di mulai hingga selesai disebut waktu pelayanan. Waktu pelayanan ini juga mempunyai suatu distribusi probabilitas, yakni ditentukan berdasarkan sampel dari keadaan sebenarnya. Dalam keadaan tertentu, dapat berupa distribusi Erlang(Gamma), Eksponensial, Uniform dan lain-lain.

f. Sumber Masukan

Sumber populasi jumlah langganan yang mempunyai kemungkinan memasuki sistem untuk mendapatkan pelayanan. Ukuran populasi dikatakan tidak terbatas, apabila jumlah langganan cukup besar dan dikatakan tidak terbatas, apabila jumlah langganan kecil.

2.3. Pola Kedatangan dan Lama Pelayanan

2.3.1. Pola Kedatangan

Fungsi peluang *Poisson* diunakan untuk menggambarkan tingkat kedatangan dengan asumsi bahwa jumlah kedatangan adalah acak. Dimana persamaannya fungsi Peluang *Poisson* adalah sebagai berikut : (Pangestu,dkk.2000)

$$P(x\text{-kedatangan}) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \dots\dots\dots(1)$$

Dengan :

p(x) = Peluang bahwa ada x pelanggan dalam sistem

λ= Harga rata-rata kecepatan kedatangan

e = Nilai Logaritma (e = 2,71828)

x = Bilangan bulat (0,1,2,3,...)

2.3.2 Lama Pelayanan

Lama Pelayanan yang dihitung sejak kedatangan pelanggan dalam sistem antrian sampai selesai pelayanan mengikuti :

a. Distribusi Eksponensial yang persamaannya sebagai berikut:

(Pangestu,dkk, 2000)

$$f(t) = \mu e^{-\mu t} \dots\dots\dots(2)$$

μ = Rata – rata pelayanan

e = Nilai Logaritma (e = 2,71828)

t = Waktu lamanya pelayanan tiap unit

Untuk mengetahui suatu proses kedatangan berdistribusi *Poisson* atau tidak, dapat digunakan uji kesesuaian dengan menggunakan pengujian Chi-Kuadrat, dengan rumus : (Pangestu,dkk.2000)

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^B \sum_{j=1}^K \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \dots\dots\dots(3)$$

Dengan

O_{ij} = Banyaknya kendaraan yang diamati pada baris i kolom j

E_{ij} = Banyaknya kendaraan yang diharapkan pada baris i kolom j

B = Jumlah baris K = Jumlah kolom

Jika χ^2 perhitungan $\leq \chi^2$ tabel distribusi dapat diterima.

2.3.3. Uji Keacakan

Uji keacakan didasarkan atas urutan skor. Skor dalam hal ini adalah jumlah pelanggan yang datang per 10 menit. Perhitungan ditampilkan berdasarkan pada banyaknya runtun. Runtun didefinisikan sebagai suatu urutan lambang yang sama. Jadi uji keacakan membagi dua jenis jumlah data (n_1 dan n_2) dengan pembandingan yang ditentukan biasanya adalah nilai tengah (median). Jika n_1 atau n_2 lebih besar dari 20 di uji dengan pendekatan sebaran baku. Pendekatan sebaran normal baku diawali dengan hipotesis sebagai berikut :

H_0 : Data sample secara acak dari sebuah populasi

H_1 : Data sample diambil tidak secara acak

Statistik uji yang digunakan adalah : (Pangestu,dkk.2000)

$$Z = \frac{r - \left(1 + \frac{2n_1n_2}{n_1+n_2}\right)}{\sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1+n_2)^2 (n_1+n_2-1)}}} \dots\dots\dots(4)$$

Dengan :

n_1 = jumlah data pada minggu I

n_2 = jumlah data pada minggu II

Kriteria keputusan yang digunakan adalah :

Terima H_0 jika $-Z_{1/2(1-\alpha)} < Z_{hit} < Z_{1/2(1-\alpha)}$

Dalam hal lainnya H_0 ditolak. Untuk taraf nyata sebesar nilai Z dapat diperoleh dari tabel distribusi normal baku.

2.3.4. Uji Kesesuaian

Uji Kesesuaian atau kecocokan dari suatu sebaran empirik terhadap sebaran teoritis dilakukan dengan uji Chi-Kuadrat (χ^2). Uji ini membandingkan kelompok frekuensi yang diamati dengan kelompok frekuensi yang diharapkan. Frekuensi yang diharapkan ternyata timbul dari suatu dugaan atau hipotesis. Teknik (χ^2) menguji apakah frekuensi yang diamati cukup mendekati frekuensi yang diharapkan, maka pengujian Chi-Kuadrat diawali dengan hipotesis sebagai berikut:

H_0 : Data menyebar *Poisson*

H_1 : tidak menyebar *Poisson*

Statistik uji yang digunakan adalah : (Pangestu,dkk.2000)

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^B \sum_{j=1}^K (O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \dots\dots\dots(5)$$

Dengan

O_{ij} = Banyaknya kendaraan yang diamati pada baris i kolom j

E_{ij} = Banyaknya kendaraan yang diharapkan pada baris i kolom j

B = Jumlah baris K = Jumlah kolom

Kriteria keputusan yang digunakan dalam pengujian adalah;

Tolak H_0 jika $\chi^2 \geq \chi^2_{(1-\alpha)(\beta-1)(k-1)}$ dalam hal lain H_0 diterima.

Untuk taraf nyata sebesar α nilai $\chi^2_{(1-\alpha)(\beta-1)(k-1)}$ dapat diperoleh dari tabel distribusi Chi-Kuadrat.

2.3.5. Faktor Utilisasi

Perhitungan dalam teori antrian berdasarkan syarat bahwa sistem berada dalam kondisi tetap (*Steady State*). Dalam penerapan teori antrian harus diperhatikan apakah rata-rata pelayanan lebih besar dari rata-rata kedatangan. Ukuran kondisi tetap adalah : (Pangestu,dkk.2000)

$$u = \frac{\lambda}{c\mu} \text{ maka } \frac{\lambda}{c\mu} < 1 \dots\dots\dots(6)$$

Dengan

λ = pertibaan rata – rata

μ = pelayanan rata – rata

c = banyak fasilitas pelayanan

2.4 Formula Model Antrian

Formula yang digunakan dari model (a/b/c) : (d/e/f) ada kasus yang menyangkut model tersebut:

1. $n < c$

dapat diartikan bahwa tidak terdapat satuan yang menunggu untuk dilayani dalam hal ini satu satuan berada dalam sistem satu pelayan akan sibuk dan c-1 pelayan akan menganggur, demikian seterusnya hingga $n=c$.

2. $n = c$

dapat diartikan bahwa tiak terapat satuan yang antri, tetapi semua stasiun pelayanan akan sibuk, ini merupakan batas periode sibuk untuk semua pelayanan atau sistem.

3. $n > c$

dapat diartikan bahwa terdapat satuan yang menunggu untuk dilayani dan semua stasiun oelayan sibuk.

4. $c\mu < \lambda$ (mekanisme pelayanan lebih kecil dari masukan)

dapat diartikan bahwa akan membludak dan tidak dapat ditentukan antriannya, sesuai dengan rumus (a/b/c) : (d/e/f) yang dipakai untuk model penelitian ini,

secara terperinci langkah demi langkah pengolahan datanya dilakukan sebagai berikut:

A. Langkah I penunjukan variable kedua jenis data, menentukan intensitas lalu lintas

λ = rata – rata pertibaan dalam satuan waktu

μ = rata – rata pelayanan dalam satuan waktu

- $\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$ dengan $\rho = \text{intensitas lalu lintas}$ (7)

B. Langkah II menentukan nilai peluang masa sibuk F(b)

- $F_b = \frac{\rho^c \rho_0}{c(1-\frac{\rho}{c})}$ (8)

Dengan harga $P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!(1-\frac{\rho}{c})}}$ (9)

Dengan F(b) = peluang masa sibuk

ρ = Intensitas lalu lintas

P_0 = peluang menganggur

c = kapasitas pelayanan

C. Langkah III menentukan harga E_{nw} , yaitu jumlah rata – rata nasabah dalam garis tunggu.

- $E_{nw} = F(b) \left(\frac{\lambda}{c\mu - \lambda} \right)$ atau $E_{nw} = P(b) \left(\frac{\rho}{c - \rho} \right)$ (10)

Dengan E_{nw} = jumlah rata-rata nasabah dalam antrian

F(b) = peluang masa sibuk

C = kapasitas pelayanan

λ = rata – rata pertibaan dalam satuan waktu

ρ = intensitas lalu lintas

μ = rata – rata pelayanan dalam satuan waktu

D. Langkah IV menentukan harga $E(t_n)$ yaitu jumlah rata-rata nasabah berada dalam sistem.

$$\bullet E_{t_n} = F_b \left(\frac{\lambda}{c\mu - \lambda} \right) + \frac{\lambda}{\mu} \dots\dots\dots(11)$$

$$\bullet E_{t_n} = F_b \left(\frac{\rho}{c - \rho} \right) + \rho \dots\dots\dots(12)$$

Dengan

E_{t_n} = jumlah rata – rata nasabah dalam sistem

F_b = peluang masa sibuk

C = kapasitas pelayanan

λ = rata-rata pertibaan dalam satuan waktu

ρ = intensitas lalu lintas

μ = rata – rata pelayanan dalam satuan waktu

E. langkah V menentukan harga $E(t_w)$ yaitu waktu rata – rata nasabah dalam garis tunggu.

$$\bullet E_{t_w} \left(\frac{E_{m_w}}{\lambda} \right) \dots\dots\dots(13)$$

Dengan

E_{t_w} = Waktu rata – rata nasabah dalam antrian

E_{n_w} = Jumlah rata- rata nasabah dalam antrian

λ = Rata – rata pertibaan dalam satuan waktu

F. Langkah VI menentukan harga $E(T_t)$, yaitu waktu rata – rata nasabah dalam sistem

$$\bullet E_{t_t} = E_{t_w} + \frac{1}{\mu} \dots\dots\dots(14)$$

Dengan

E_{tw} = Waktu rata – rata nasabah dalam antrian

E_{nw} = Jumlah rata – rata pertibaan dalam antrian

μ = Rata – rata pelayanan dalam satuan waktu

2.5 Struktur-struktur Antrian

Atas dasar sifat proses pelayanannya, dapat diklasifikasikan fasilitas-fasilitas pelayanan dalam susunan atau *channel* (*Single* atau *Multiple*) yang akan membentuk suatu-struktur antrian yang berbeda-beda. Istilah saluran atau *channel* menunjukkan jumlah jalur (tempat) untuk memasuki sistem pelayanan, yang juga menunjukkan jumlah fasilitas pelayanan. Istilah *Phase* berarti jumlah *station-station* pelayanan, dimana para langganan harus melaluinya sebelum pelayanan dinyatakan lengkap. Ada tiga model struktur antrian yang terjadi didalam seluruh sistem antrian yaitu: (Pangestu,dkk.2000)

2.5.1 Single Channel Model

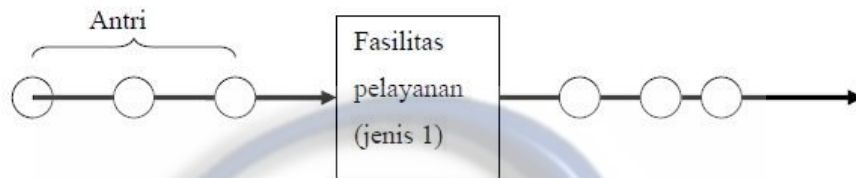
Salah satu model antrian yang paling sederhana adalah model saluran tunggal (*Single Channel*) yang ditulis dengan notasi “Sistem M/M/1”. Komponen dari sistem ini adalah sebagai berikut: (Yamit, 1993)

1. Populasi *Input* tak terbatas yaitu jumlah kedatangan pelanggan potensial tak terbatas.
2. Distribusi kedatangan pelanggan potensial mengikuti distribusi *Poisson*.
3. Disiplin pelayanan mengikuti pedoman FCFS.
4. Fasilitas pelayanan terdiri dari saluran tunggal.
5. Distribusi pelayanan mengikuti distribusi *Poisson*, asumsi ($\lambda < \mu$)
6. Kapasitas sistem diasumsikan tak terbatas
7. Tidak ada penolakan maupun pengingkar

Single Channel dibagi menjadi dua model yaitu *Single Channel-Single Phase* dan *Single Channel-Multi Phase*. Adapun penjelasan dari kedua model tersebut adalah sebagai berikut:

1. *Single Channel-Single Phase*

Sistem ini adalah yang paling sederhana. *Single channel* berarti bahwa hanya ada satu jalur untuk memasuki sistem pelayanan atau ada satu fasilitas pelayanan. *Single Chanel* menunjukkan bahwa hanya ada satu fasilitas pelayanan. *Single Phase* menunjukkan bahwa hanya ada satu *station* pelayanan atau sekumpulan tunggal operasi yang dilaksanakan. Setelah menerima pelayanan, individu-individu keluar dari sistem. (Pangestu,dkk.2000)

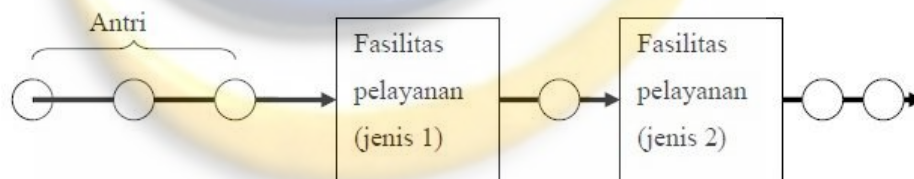


Gambar 2. 4 Model *Single Channel-Single Phase*

Sumber : (Pangestu,dkk.2000)

2. *Single channel-MultiPhase*

Istilah *Multi Phase* menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan (dalam *Phase-phase*). (Pangestu,dkk.2000)



Gambar 2. 5 Model *Single Channel-Multi Phase*

Sumber : (Pangestu,dkk.2000)

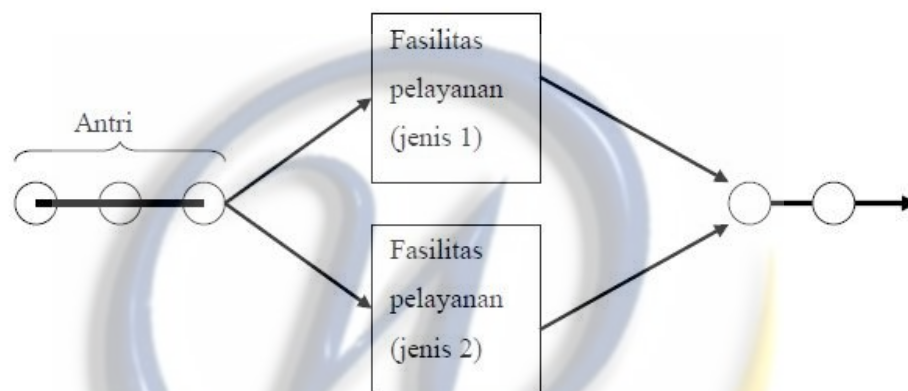
2.5.2 *Multi Channel Model*

Dasar yang digunakan dalam *Multiple Channel* model adalah Sistem (M/M/s). perbedaannya dengan *Single Channel* model adalah terletak pada jumlah fasilitas pelayanan. Dalam *Multiple Channel* model, fasilitas pelayanan yang dimiliki lebih dari satu.

Multi Channel dibagi menjadi dua model yaitu *Multi Channel-Single Phase* dan *Multi Channel-Multi Phase*. Adapun penjelasan dari kedua model tersebut adalah sebagai berikut:

3) *Multi Channel-Single Phase*

Sistem *Multi channel-Single Phase* terjadi (ada) kapan saja dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrian tunggal. (Pangestu,dkk.2000)

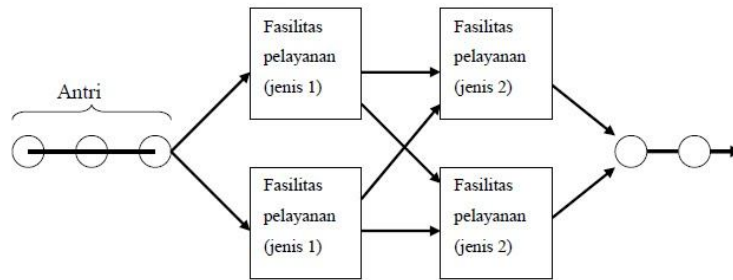


Gambar 2. 6 Model *Multi Channel-Single Phase*

(Sumber : (Pangestu,dkk.2000)

4) *Multichannel-MultiPhase*

Setiap sistem-sistem ini mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada setiap tahap, sehingga lebih dari satu individu dapat dilayani pada suatu waktu. (Kakiy, 2004)



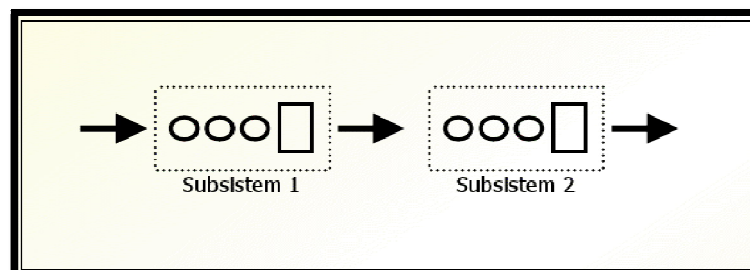
Gambar 2. 7 Model *Multi Channel-Multi Phase*

Sumber : (Kakiay.2004)

2.5.3 Model *Network*

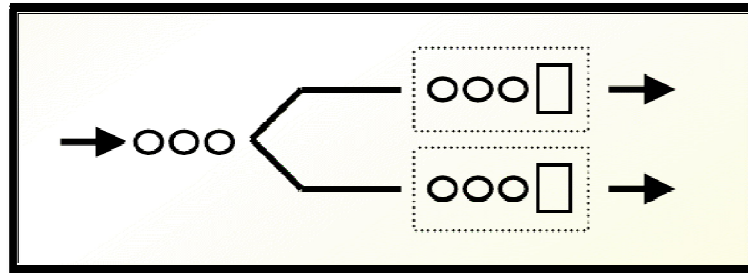
Pelanggan harus menerima layanan dari beberapa atau seluruh fasilitas tersebut keluaran dari satu fasilitas menjadi masukan bagi fasilitas yang ada di belakangnya. Jaringan antrian terbuka (*open queueing Network*) merupakan sebuah perluasan sistem mesin atau fasilitas tunggal. Meskipun jaringan dapat terdiri dari m simpul, analisis dimulai dari jaringan terbuka dua simpul dengan masing-masing simpul berpola $M/M/1$.

Asumsikan terdapat kapasitas tak terbatas didepan masing-masing simpul, pelanggan datang ke dalam sistem dengan pola distribusi *Poisson* atau waktu kedatangan mengikuti distribusi *eksponensial*. Setiap komponen dilayani terlebih dulu pada mesin 1 kemudian dilanjutkan pada mesin 2 yang memiliki waktu layanan berdistribusi eksponensial masing-masing μ_1 dan μ_2 .



Gambar 2. 8 Model *Network Jaringan Seri*

Sumber : (Kakiay.2004)



Gambar 2. 9 Model *Network* Jaringan Paralel

Sumber : (Kakiay.2004)

2.6 Notasi dalam sistem antrian

Notasi berikut ini merupakan notasi yang akan digunakan dalam menggambarkan sistem antrian yaitu:

n = Jumlah pelanggan dalam sistem

λ = Jumlah rata-rata pelanggan yang datang per satuan waktu

μ = Jumlah rata-rata pelanggan yang dilayani per satuan waktu

L = Jumlah rata-rata pelanggan yang diharapkan dalam sistem

L_q = Jumlah pelanggan yang diharapkan menunggu dalam antrian

P_0 = Probabilitas tidak ada pelanggan dalam sistem

P_n = Probabilitas kepastian n pelanggan dalam sistem

P = Tingkat intensitas fasilitas pelayanan

W = Waktu yang diharapkan oleh pelanggan selama dalam sistem

W_q = Waktu yang diharapkan oleh pelanggan selama menunggu dalam antrian

$1/\mu$ = Waktu rata-rata pelayanan

$1/\lambda$ = Waktu rata-rata antar kedatangan

S = Jumlah fasilitas pelayanan

Dalam mengelompokkan model-model antrian yang berbeda-beda akan digunakan suatu notasi yang disebut *Kendall's Notation*. Notasi ini sering dipergunakan karena beberapa alasan. Pertama, karena notasi tersebut merupakan alat yang efisien untuk mengidentifikasi tidak hanya model-model antrian, tetapi juga

asumsi-asumsi yang harus dipenuhi. Kedua, hampir semua buku (literature) yang membahas teori antrian menggunakan notasi ini.

A. Notasi dasar Sistem Antrian

Model dasar sistem antrian adalah $a/b/c/d/e$

- a = distribusi kedatangan
- b = distribusi pelayanan
- c = jumlah fasilitas pelayanan
- d = jumlah konsumen maksimum
- e = ukuran pemangilan populasi/sumber

B. Notasi standar :

- M = markovian/*Poisson* untuk distribusi kedatangan atau pelayanan.
 - D = *interarrival* atau *service time* konstan (deterministik)
 - W_k = *interarrival* atau *service time* berdistribusi erlang atau gamma
 - S = jumlah fasilitas pelayanan
 - N = jumlah tertentu konsumen
 - ~ = tidak berhingga
- Adapun penjelasan dari Model khusus adalah sebagai berikut:

Tabel 2. 1 Penjelasan Notasi Sistem Antrian

Singkatan	Penjelasan
M	Tingkat kedatangan dan pelayanan <i>Poisson</i>
D	Tingkat kedatangan atau pelayanan deterministic (diketahui konstan)
K	Distribusi erlang waktu antar kedatangan atau pelayanan
S	Jumlah fasilitas pelayanan
N	Sumber populasi atau kepanjangan antrian tak-terbatas (infinite)
~	Sumber populasi atau kepanjangan antrian terbatas (finite)

Tanda pertama notasi selalu menunjukkan distribusi tingkat kedatangan. Dalam hal ini, M menunjukkan tingkat kedatangan mengikuti suatu distribusi probabilitas

Poisson. Tanda kedua menunjukkan distribusi probabilitas *Poisson*. Tanda kedua menunjukkan distribusi tingkat pelayanan. Lagi, M menunjukkan bahwa tingkat pelayanan mengikuti distribusi probabilitas *Poisson*. Tanda ketiga menunjukkan jumlah fasilitas pelayanan (*channels*) dalam sistem.

Model diatas adalah model yang mempunyai fasilitas pelayanan tunggal. Tanda keempat dan kelima ditambahkan untuk menunjukkan apakah sumber populasi dan kepanjangan antrian adalah tak-terbatas(\sim). Model diatas, baik sumber populasi dan kepanjangan antrian adalah tak-terbatas. Dengan tanda-tanda tersebut ditunjukkan empat model yang berbeda yang akan dirumuskan dan dipecahkan dalam model sistem antrian adalah sebagai berikut:

1. (M/M/1/ \sim / \sim)
2. (M/M/S/ \sim / \sim)
3. (M/M/1/N/ \sim)
4. (M/M/1/ \sim /N)

2.7. Mengukur Kinerja Antrian

Model antrian membantu para manajer untuk membuat keputusan, dengan cara menganalisis antrian akan dapat diperoleh banyak ukuran kinerja sebuah antrian, meliputi hal berikut:

1. Waktu rata-rata yang dihabiskan oleh pelanggan dalam antrian.
2. Waktu rata-rata yang dihabiskan oleh pelanggan dalam sistem(waktu tunggu ditambah waktu pelayanan).
3. Jumlah pelanggan rata-rata dalam sistem.

2.8 Model dan aplikasi sistem antrian

Untuk mengoptimalkan waktu pelayanan, kita dapat menentukan waktu pelayanan, jumlah saluran antrian, jumlah pelayan yang tepat menggunakan model-model antrian. Ada empat model yang paling sering digunakan dapat dilihat dari tabel berikut:

Tabel 2. 2 Model dan Aplikasi Antrian

Model	Nama (nama teknis dalam kurung)	Contoh	Jumlah jalur	pola jumlah btahapan	pola tingkat Keadatangan	Waktu Pelayanan	Ukuran Antrian	Aturan
A	Sistem sederhana (M/M/1)	Meja informasi di departement store	Tunggal	Tunggal	Poisson	Eksponensial	Tidak Terbatas	FIFO
B	Jalur berganda (M/M/S)	Loket tiket penerbangan	Berganda	Tunggal	Poisson	Eksponensial	Tidak Terbatas	FIFO
C	Pelayanan Konstan (M/D/1)	Tempat pencucian mobil otomatis	Tunggal	Tunggal	Poisson	Konstan	Tidak Terbatas	FIFO
D	Populasi terbatas	Bengkel yang hanya memiliki selusin mesin yang dapat rusak	Tunggal	Tunggal	Poisson	Eksponensial	Terbatas	FIFO

(Sumber : Jay dan Barry (2005:426))

Model sistem antrian dilihat dari notasi yang telah dirumuskan. Adapun penjelasan dari model-model dan aplikasi adalah sebagai berikut:

A. Model 1 : (M/M/1) (*Single Channel Query System* atau model antrian jalur tunggal)

Pada model ini kedatangan berdistribusi *Poisson* dan waktu pelayanan *eksponensial*. Dalam situasi ini, kedatangan membentuk satu jalur tunggal untuk dilayani oleh satu stasiun tunggal. Diasumsikan sistem berada pada kondisi sebagai berikut :

- a. Kedatangan dilayani atas dasar *first-in, first out* (FIFO) dan setiap kedatangan menunggu untuk dilayani, terlepas dari panjang antrian.
- b. Kedatangan tidak terikat pada kedatangan sebelumnya, hanya saja jumlah rata-rata kedatangan tidak berubah menurut waktu.
- c. Kedatangan digambarkan dengan distribusi probabilitas *Poisson* dan datang dari sebuah populasi yang tidak terbatas (atau sangat besar).
- d. Waktu pelayanan bervariasi dari satu pelanggan dengan pelanggan yang berikutnya dan tidak terikat satu sama lain, tetapi tingkat rata-rata pelayanan diketahui.
- e. Waktu pelayanan sesuai dengan distribusi probabilitas *eksponensial negative*.

f. Tingkat pelayanan lebih cepat daripada tingkat kedatangan.

Dibawah menunjukkan rumusan yang harus diikuti agar model ini dapat dipergunakan. Model ini merupakan teori antrian yang paling sederhana, tetapi mengandung banyak asumsi-asumsi yang harus ditepati. Sebagai contoh, rumusan model ini akan dipakai untuk memecahkan persoalan di bawah. (Jay dan Barry,2005)

- Jumlah pelanggan rata-rata dalam sistem (yang sedang menunggu untuk dilayani).

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \dots\dots\dots(15)$$

- Jumlah waktu rata-rata yang dihabiskan dalam sistem (waktu menunggu ditambah waktu pelayanan)

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} \dots\dots\dots(16)$$

- Jumlah unit rata-rata yang menunggu dalam antrian

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \dots\dots\dots(17)$$

- Waktu rata-rata yang dihabiskan untuk menunggu dalam antrian sampai dilayani

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \dots\dots\dots(18)$$

- Faktor utilisasi sistem (populasi fasilitas pelayanan sibuk)

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \dots\dots\dots(19)$$

- Probabilitas terdapat 0 unit dalam sistem (yaitu unit pelayanan kosong).

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} \dots\dots\dots(20)$$

- Probabilitas terdapat lebih dari sejumlah k unit dalam sistem, dimana n adalah jumlah unit dalam sistem

$$P_{n>k} = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{k+1} \dots\dots\dots(21)$$

B. Model 2 : . (M/M/S) (*Multiple Channel Query System* atau model antrian jalur berganda)

Pada model terdapat dua atau lebih jalur atau stasiun pelayanan yang tersedia untuk melayani pelanggan yang datang. Asumsi bahwa bahwa pelanggan yang menunggu pelayanan membentuk satu jalur yang akan dilayani pada stasiun pelayanan yang tersedia pertama kali pada saat itu. Model ini juga mengasumsikan bahwa pola kedatangan mengikuti distribusi eksponensial negatif. Pelayanan dilakukan secara FCFS, dan semua stasiun pelayanan diasumsikan memiliki tingkat pelayanan yang sama. Asumsi lain yang terdapat pada model A juga berlaku pada model ini.

Model 2 adalah sistem *Multi channel – Single Phase* yang mempunyai antrian tunggal dengan melalui beberapa fasilitas pelayanan pelayanan. Model ini identik dengan model I dengan perbedaan bahwa dua atau lebih individu dapat dilayani pada waktu bersamaan oleh fasilitas-fasilitas pelayanan yang berlainan. (Jay dan Barry,2005)

- Probabilitas terdapat 0 orang dalam sistem (tidak adanya pelanggan dalam sistem).

$$P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{M-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right] + \frac{1}{M!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M \frac{M\mu}{M\mu - \lambda}} \text{ untuk } M\mu > \lambda \dots\dots\dots(22)$$

- Jumlah pelanggan rata-rata dalam sistem

$$L_S = \frac{\lambda\mu(\lambda/\mu)^M}{(M-1)!(M\mu-\lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu} \dots\dots\dots(23)$$

- Waktu rata-rata yang dihabiskan seorang pelanggan dalam antrian atau sedang dilayani (dalam sistem)

$$W_S = \frac{L_S}{\lambda} \dots\dots\dots(24)$$

- Jumlah orang atau unit rata-rata yang menunggu dalam antrian

$$L_q = L_S - \frac{\lambda}{\mu} \dots\dots\dots(25)$$

- Waktu rata-rata yang dihabiskan oleh seorang pelanggan atau unit untuk menunggu dalam antrian

$$W_q = W_S - \frac{1}{\mu} \dots\dots\dots(26)$$

C. Model 3 : (M/D/1) (*constant service atau waktu pelayanan konstan*)

Model 3 ini identik dengan model 1, dengan perbedaan bahwa kepanjangan antrian adalah terbatas. (Jay dan Barry,2005)

- Probabilitas terdapat 0 unit dalam sistem (yaitu unit pelayanan kosong).

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} \dots\dots\dots(27)$$

- Panjang antrian rata-rata

$$L_q = \frac{\lambda^2}{2\mu(\mu-\lambda)} \dots\dots\dots(28)$$

- Waktu menunggu dalam antrian rata-rata

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \dots\dots\dots(29)$$

- Jumlah pelanggan dalam sistem rata-rata

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu} \dots\dots\dots(30)$$

- Waktu tunggu rata-rata dalam sistem

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} \dots\dots\dots(31)$$

- Faktor utilisasi sistem

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \dots\dots\dots(32)$$

Keterangan

λ = Jumlah kedatangan rata – rata per satuan waktu

μ = Jumlah orang yang dilayani persatuan waktu

L_s = Jumlah pelanggan rata- rata dalam sistem (yang sedang menunggu untuk dilayani)

W_s = Jumlah waktu rata-rata yang dihabiskan dalam sistem (waktu menunggu ditambah waktu pelayanan)

L_q = Jumlah unit rata-rata yang menunggu dalam antrian

W_q = Waktu rata – rata yang dihabiskan untuk menunggu dalam antrian

ρ = Faktor utilisasi sistem

P_0 = Peluang terdapat 0 unit dalam sistem (yaitu unit pelanggan kosong)

M = Jumlah *Channel* pelayanan.

$P_{n>k}$ = Peluang terdapat lebih dari sejumlah k unit dalam sistem, dimana n adalah jumlah unit dalam sistem.

D. Model 4 : (limited population atau populasi terbatas)

Model ini adalah ekuivalen dengan model 2 dengan perbedaan bahwa model ini mempunyai sumber populasi yang terbatas. (Jay dan Barry, 2005)

- Faktor pelayanan

$$X = \frac{T}{T+U} \dots\dots\dots(33)$$

- Jumlah antrian rata-rata

$$L = N(1 - F) \dots\dots\dots(34)$$

- Waktu tunggu rata-rata

$$W = \frac{L(T+U)}{N-L} = \frac{T(1-F)}{XF} \dots\dots\dots(35)$$

- Jumlah pelayanan rata-rata

$$J = NF (1 - X) \dots\dots\dots(36)$$

- Jumlah dalam pelayanan rata-rata

$$H = FNX \dots\dots\dots(37)$$

- Jumlah Populasi

$$N = J + L + H \dots\dots\dots(38)$$

Keterangan

U = Waktu rata-rata antar kedatangan per unit

T = Waktu rata-rata pelayanan per unit

H = Jumlah rata-rata yang sedang dilayani

J = Jumlah rata – rata unit yang sedang beroperasi

N = Jumlah unit dalam populasi

M = Jumlah *Channel* pelayanan.

X = Faktor pelayanan (proporsi waktu pelayanan yang diperlukan).

D = Probabilitas bahwa suatu kedatangan harus menunggu

F = Faktor efisiensi menunggu dalam garis (antrian)

2.9. Model Jaringan Antrian Terbuka

Jaringan antrian (*queueing network*) merupakan jaringan fasilitas layanan dimana pelanggan harus menerima layanan dari beberapa atau seluruh fasilitas tersebut eluaran dari satu fasilitas menjadi masukan bagi fasilitas yang ada di belakangnya (Hillier dan Lieberman *dalam* Faz, 2006).

Jaringan antrian terbuka (*open queueing network*) merupakan sebuah perluasan sistem mesin atau fasilitas tunggal. Meskipun jaringan dapat terdiri dari *m* simpul, analisis dimulai dari jaringan terbuka dua simpul dengan masing-masing simpul berpola M/M/1. Asumsikan terdapat kapasitas tak terbatas di depan masing-masing simpul, pelanggan datang ke dalam sistem dengan pola distribusi *Poisson* atau waktu kedatangan mengikuti distribusi *eksponensial*. Setiap komponen dilayani terlebih dulu pada mesin 1 kemudian dilanjutkan pada mesin 2 yang memiliki waktu layanan berdistribusi eksponensial secara terpisah yakni masing-masing μ_1 dan μ_2 (Hillier dan Lieberman, 2006).

2.10 Konsep Dasar Simulasi

Banyak orang yang kurang mengenal simulasi, bahkan banyak yang menyatakan bahwa simulasi sangat sulit. Simulasi bukan hanya solusi dengan menggunakan

model (data atau miniatur) yang dibuat sedemikian rupa untuk menghasilkan nilai tertentu. Simulasi dapat menduga perilaku suatu sistem yang diamati dengan menggunakan data hasil pengamatan yang dilakukan dalam waktu tertentu. Dari data hasil pengamatan tersebut maka dapat dibuat suatu prediksi dan selanjutnya memutuskan tindakan apa yang akan dilakukan.

2.10.1 Sistem

Sebelum mengenal simulasi lebih dekat maka harus dipelajari terlebih dahulu bagaimana sistem didalamnya bekerja. Sistem biasanya didefinisikan menjadi sekumpulan komponen atau entiti-entiti yang melakukan aksi dan berinteraksi antar satu entitas dengan entitas yang lain dalam rangka mencapai satu tujuan akhir yang logis. Entiti adalah bagian dasar sistem yang membentuk sistem tersebut (Djati, 2007)

Sistem memiliki beberapa karakter yaitu :

a) Perilaku sasaran (*purposive behaviour*) :

Setiap sistem berusaha mencapai satu sasaran atau lebih sehingga tujuan menjadi pendorong (motivasi) dari sistem untuk mencapai tujuan tersebut.

b) Keseluruhan (*wholism*) :

Suatu teori yang menyatakan bahwa faktor-faktor penentu merupakan kesatuan yang tidak dapat direduksi lagi.

c) Keterbukaan (*openness*) :

Menunjukkan kesamaan akhir (*quifinality*), ini berarti bahwa status akhir dari suatu sistem dapat dicapai dari berbagai status awal.

d) Transformasi (*transformation*) :

Menunjukkan bahwa suatu sistem mempunyai kemampuan untuk mengubah nilai status sumber daya (*input*) menjadi keluaran (*output*) melalui suatu proses transformasi.

e) Keterhubungan (*interrelatedness*) :

Mencakup interaksi internal dan ketergantungan antar bagian-bagian atau elemen-elemen pembentuk sistem dan interaksi sistem dengan lingkungannya.

f) Mekanisme kontrol (*control mechanism*) :

Merupakan proses pengaturan yang digunakan sistem untuk mengoreksi setiap penyimpangan yang terjadi.

Sistem memiliki beberapa subsistem yang sistemnya dibentuk yang oleh suatu entiti dan setiap entiti dapat dipecah dalam entiti-entiti yang lebih kecil. Dalam dua tingkat hirarki suatu sistem, sistem yang lebih rendah disebut subsistem. Contoh dari subsistem misalnya pada sistem transportasi darat, subsistem-nya adalah ruang pengendali, jalan raya, bus kota, terminal (Djati,2007)

Klasifikasi sistem terdiri atas :

- a) Sistem alam dan buatan manusia
- b) Sistem fisik dan konseptual
- c) Sistem statik dan dinamik
- d) Sistem tertutup dan terbuka

Terdapat dua metode sistem yaitu *blackbox approach* (pendekatan *blackbox*) dan analitik sistem. Pendekatan *blackbox* yaitu suatu sistem dimana *input* dan *outputnya* dapat didefinisikan tetapi prosesnya tidak diketahui atau tidak terdefinisi. Metode ini hanya dapat dimengerti oleh pihak yang menangani sedangkan pihak luar hanya mengetahui masukan dan hasilnya.

Sistem ini terdapat pada subsistem tingkat terendah. Contohnya pada sistem pencetakan uang. Analitik sistem yaitu suatu metode yang mencoba melihat hubungan dari seluruh masalah untuk menyelidiki kesistematiskan tujuan dari sistem yang tidak efektif dan evaluasi pilihan dalam bentuk dan biaya. Sementara analisis sistem adalah suatu sistem yang akan dirancang oleh satu orang atau sekelompok orang yang membentuk tim. Orang yang merancang sistem ini disebut Sistem Analis (Gordon, 1989)

2.10.2 Model

Model didefinisikan sebagai representasi dari sistem baik secara kualitatif yang mewakili suatu proses atau kejadian, dimana dapat menggambarkan secara jelas hubungan interaksi antar berbagai faktor-faktor penting yang akan diamati. Model dikembangkan untuk melakukan investigasi/penelitian yang memungkinkan untuk diterapkan pada sistem nyata atau untuk mengetahui pengaruh atau hasil *output* dari *inputan* yang berbeda-beda. Tujuan dari banyak studi tentang sistem adalah untuk memprediksikan bagaimana sistem akan bekerja sebelum sistem tersebut dibangun.

Sebagai alternatif, kadang-kadang dibangun *prototype* / bentuk asli untuk melakukan pengujian, tetapi hal tersebut sangat mahal dan menghabiskan banyak waktu. Bahkan dengan sistem yang sudah ada, sangat tidak mungkin atau tidak praktis bereksperimen dengan sistem nyata, walaupun hasil dari percobaan tersebut sukses namun resiko kegagalan akan dibayar mahal. Sehingga studi tentang sistem biasanya dilakukan dengan model sistem. Model tersebut tidak hanya pengganti dari sistem, tetapi juga merupakan penyederhanaan dari sistem.

A. Klasifikasi Model

Setelah mengenal tentang sistem dan sebelum memodelkannya ke dalam simulasi, maka harus mengenali model dari perilaku data terlebih dahulu. Berdasarkan data tersebut model dibagi menjadi dua yaitu :

1. Model Fisik: Didasarkan pada analogi dari sistem dengan sistem. Dalam pemodelan yang seperti ini atribut atau data dari sistem didapatkan dari hasil pengukuran.
2. Model Matematika: Pada model ini simbol-simbol matematika dan persamaan-persamaan

matematika digunakan untuk menggambarkan sistem. Atribut atau *field* dari sistem dipresentasikan oleh aktivitas-aktivitas setiap variabel yang dideklarasikan terlebih dahulu dan kemudian dengan fungsi matematika maka dari seluruh variabel tersebut akan menghasilkan aktivitas-aktivitas yang diharapkan. Model

matematika terbagi menjadi model statis dan model dinamis. Model statis yaitu model yang menunjukkan perilaku sistem secara spesifik pada kondisi tertentu saja dan model dinamika yaitu model yang sangat dipengaruhi oleh perubahan waktu.

Model matematika yang dibuat harus dapat menjawab tujuan dari studi sistem, bila model yang disajikan sederhana biasanya dapat memberikan jawaban secara eksak melalui solusi analitik. Bagaimanapun model matematika yang mewakili sistem yang kompleks sering sangat sulit dicarikan solusi analitiknya sehingga diperlukan pendekatan secara simulasi. Pendekatan simulasi dengan dasar model matematika inilah yang disebut sebagai model simulasi.

B. Model Simulasi

Perilaku variable-variabel yang ada pada sistem dapat diklasifikasikan menjadi dua jenis, yaitu *discrete* (tertentu/khusus) dan *continuous* (terus-menerus). *Discrete system* adalah sistem di mana variable-variabelnya dapat berubah hanya pada sejumlah keadaan tertentu dan dapat dihitung pada saat tertentu. Perilaku sistem pada teller di suatu bank merupakan satu contoh sistem diskrit, yang menunjukkan perubahan kedatangan konsumen, lama konsumen menunggu, lama konsumen dilayani hingga konsumen itu selesai dilayani dan meninggalkan bank. *Continuous system* adalah suatu sistem di mana variabelnya berubah secara terus-menerus serta dipengaruhi oleh waktu. (Gordon, 1989)

Kecepatan sebuah mobil ketika lepas dari lampu *traffic light* adalah contoh sistem bersambung ini di mana variabelnya, yaitu kecepatan, akan berubah secara terus menerus serta dipengaruhi oleh waktu. Dalam menentukan kondisi sistem, apakah bersifat diskrit atau kontinu, dapat dilakukan dengan cara mempelajari tingkah laku sistem pada saat pengoprasian dengan memahami hubungan-hubungan antar komponen di dalam sistem guna memprediksikan kemampuannya. Tetapi dalam praktik yang sesungguhnya dengan melibatkan sistem yang sebenarnya cara ini tidak banyak yang dapat dilakukan.

Hal ini justru mengakibatkan penelitian menjadi tidak efektif, dengan biaya yang semakin besar, dan proses pengoperasian sistem yang sebenarnya menjadi kacau. Misalkan perubahan tersebut dimaksudkan untuk mempelajari pengaruh penurunan jumlah pelayanan kasir di supermarket. Di sini apabila pengurangan jumlah kasir dilakukan secara berangsur-angsur (hingga batas yang ditentukan), namun disaat jumlah konsumen yang berada di kasir sedikit tetapi konsumen yang belum menuju kasir cukup banyak bertambah maka akan mengakibatkan peningkatan yang signifikan dalam hal keterlambatan pelayanan pelanggan (*customer delay*).

Dampak yang lebih buruk lagi, pelanggan membatalkan niatnya untuk melakukan transaksi pembelian pada supermarket tersebut. Karena ada ketidakmungkinan untuk melakukan eksperimen dengan berbagai sistem maka sistem analisis menggunakan model yang dapat mewakili sistem nyata dimana dengan model tersebut sistem analisis dapat menarik berbagai kesimpulan sehubungan dengan pengoperasian sistem yang sesungguhnya. Model Simulasi dapat dibedakan menjadi: (Djati,2007)

1. Model simulasi deterministik, mengasumsikan tidak ada variabilitas dalam parameter model dan, oleh karenanya, tidak melibatkan variabel random. Jika model deterministik dijalankan atas nilai masukan yang sama, maka akan selalu menghasilkan nilai yang sama. Keluaran dari sekali menjalankan model simulasi deterministik merupakan nilai nyata dari performansi model
2. Model simulasi stokastik, berisikan satu atau beberapa variabel random untuk menjelaskan proses dalam sistem yang diamati. Keluaran dari model simulasi stokastik adalah random dan oleh karenanya hanya merupakan perkiraan dari karakteristik sesungguhnya dari model. Maka, diperlukan beberapa kali menjalankan model, dan hasilnya hanya merupakan perkiraan dari performansi yang diharapkan dari model atau sistem yang diamati
3. Model simulasi kontinyu, kondisi variabel berubah secara kontinyu, sebagai contoh, aliran fluida dalam pipa atau terbangnya pesawat udara,

kondisi variable posisi dan kecepatan berubah secara kontinyu terhadap satu dengan lainnya

4. Model simulasi diskrit, kondisi variabel berubah hanya pada beberapa titik (tertentu, yang dapat dihitung) dalam waktu. Kebanyakan dari sistem manufaktur dimodelkan sebagai simulasi kejadian dinamis, diskrit, stokastik dan menggunakan variabel random untuk memodelkan rentang kedatangan, antrian, proses, dan sebagainya.

C. Pendekatan Pemodelan

Pendekatan pemodelan meliputi :

1. Pendekatan proses ; didefinisikan sebagai suatu operasi dimana entiti yang ada harus mampu melewati siklus dari sistem tersebut.
2. Pendekatan aktivitas ; merupakan deskripsi dari aktivitas yang akan selalu dipacu dengan segera oleh perubahan *state* dalam sistem.
3. Pendekatan *event* ; didefinisikan sebagai kumpulan aktivitas yang mungkin mengikuti perubahan *state* dalam antrian.

2.11 Simulasi

2.11.1 Definisi Simulasi

Simulasi dapat diartikan sebagai meniru suatu sistem nyata yang kompleks dengan penuh dengan sifat probabilistik, tanpa harus mengalami keadaan yang sesungguhnya. Hal ini dapat dilakukan dengan membuat sebuah miniatur yang *representative* dan *valid* dengan tujuan sampling dan survey statistik pada sistem nyata, sehingga perilaku sistem dapat diprediksi untuk dipelajari. Jadi simulasi secara sederhana dapat diartikan sebagai proses peniruan. Beberapa pendapat tentang definisi simulasi : (Djati,2007)

1. Simulasi adalah proses perancangan model dari suatu sistem nyata dan pelaksanaan eksperimen-eksperimen dengan model ini untuk tujuan memahami tingkah laku sistem.
2. Simulasi adalah tiruan dari proses dunia nyata atau sistem. Simulasi menyangkut pembangkitan proses serta pengamatan dari proses untuk menarik kesimpulan dari sistem yang diwakili.

3. Simulasi adalah teknik numerik untuk melakukan eksperimen pada komputer, yang melibatkan jenis matematika dan model tertentu yang menjelaskan perilaku bisnis atau ekonomi pada suatu periode waktu tertentu.
4. Simulasi adalah teknik untuk membuat konstruksi model matematika untuk suatu proses atau situasi, dalam rangka menduga secara karakteristik atau menyelesaikan masalah berkaitan dengan menggunakan model yang diajukan.

2.11.2 Kekurangan Dan Kelebihan Simulasi

Tidak semua pengolahan data untuk melihat karakteristik sistem cocok menggunakan simulasi, hanya sistem yang cukup kompleks yang baik dikerjakan dengan simulasi, sementara untuk sistem yang sederhana lebih baik menggunakan cara analitik dibanding harus membuat simulasinya (Oktaviana,2009)

Kelebihan Simulasi :

1. Sistem nyata sulit diamati secara langsung.
2. Mampu memberikan perkiraan sistem yang lebih nyata sesuai operasional dari kumpulan pekerjaan.
3. Pengamatan sistem secara langsung tidak dimungkinkan karena :
 - a. Sangat mahal
 - b. Memakan waktu yang terlalu lama
 - c. Akan merusak sistem yang sedang berjalan
4. Solusi analitik tidak dapat dikembangkan, karena sistem yang digunakan di dunia kerja sangat kompleks. Jadi simulasi dapat memberi solusi apabila model analitik gagal.
5. Memudahkan pengontrolan lebih banyak kondisi dari suatu percobaan sehingga dimungkinkan untuk dicoba diterapkan secara nyata pada sistem tersebut.
6. Menyediakan sarana untuk mempelajari sistem dalam waktu yang cukup lama (lebih ekonomis) dengan proses yang membutuhkan waktu cukup singkat ataupun sebagai alternatif pembelajaran yang lebih rinci dan jelas tentang perilaku suatu sistem nyata yang prosesnya lebih panjang.

Kekurangan Simulasi :

1. Simulasi tidak akurat: Teknik ini bukan proses optimasi dan tidak langsung menghasilkan sebuah jawaban tetapi hanya menghasilkan sekumpulan *output* dari sistem pada berbagai kondisi yang berbeda. Dalam beberapa kasus ketelitiannya sulit diukur.
2. Model simulasi yang baik bisa jadi sangat mahal, bahkan sering dibutuhkan waktu bertahun-tahun untuk mengembangkan model yang sesuai.
3. Tidak semua situasi dapat dievaluasi dengan simulasi, hanya simulasi yang mengandung ketidakpastian yang dapat dievaluasi dengan simulasi. Karena tanpa komponen acak maka hasil eksperimen simulasi akan menghasilkan *output* yang sama.
4. Simulasi menghasilkan cara untuk mengevaluasi solusi, bukan menghasilkan cara untuk memecahkan masalah. Jadi sebelumnya, perlu diketahui terlebih dahulu solusi atau pendekatan solusi yang akan diuji.
5. Simulasi menghasilkan kumpulan angka / grafik / data yang banyak serta membutuhkan tampilan akhir (animasi, layout, grafik, dan lain-lain) dan pengolahan aplikasi yang harus memenuhi kriteria *user friendly* atau mudah digunakan.

2.11.3 Penggunaan Statistik Dalam Simulasi

Bagi kebanyakan orang statistik merupakan kumpulan angka / data pada suatu kejadian yang telah terjadi atau statistik biasa disebut sebagai pengumpulan data, menganalisisnya, lalu menyimpulkannya. Sebagian orang lagi menyatakan bahwa statistik merupakan kumpulan angka yang menggambarkan karakteristik kebutuhan data yang dijadikan acuan penelitian. Sekarang statistik dikenal sebagai alat untuk mendukung tercapainya tujuan sebuah penelitian. Ilmu statistik dibagi atas dua bagian, yaitu statistik inferensia dan statistik deskriptif. (Djati,2007)

Statistik inferensia adalah kumpulan data-data pengamatan sebagai sampel dimana data-data tersebut merupakan gambaran tentang karakteristik populasi

yang diamati sebagai suatu proses untuk menuju penarikan kesimpulan melalui pendugaan distribusi dan uji hipotesis atas data-data yang mewakili populasi yang sedang diteliti. Statistik deskriptif adalah statistik yang menggambarkan atau menjelaskan data pengamatan secara terorganisasi dengan baik dengan urutan memformat informasi, menata data, proses penyajian, dan analisis.

Proses itu akan memudahkan menentukan nilai rata-rata, median, standar deviasi, dan menentukan distribusi frekuensi dan grafik yang harus ditampilkan guna membantu analisis data. Jadi kedua jenis metoda tersebut masing-masing tidak dapat berdiri sendiri, bahkan saling berkaitan erat. Pada saat proses penelitian terhadap data dilakukan maka statistik deskriptif yang lebih dahulu digunakan untuk menggambarkan perilaku data pengamatan sementara untuk proses penarikan kesimpulan atas data pengamatannya seorang peneliti akan lebih tepat bila menggunakan statistik inferensia

Ketidakpastian kedatangan penumpang dalam kasus *busway* sering menimbulkan adanya banyak kemungkinan dalam hal pendistribusian, baik dalam ketersediaan bus, interval keberangkatan bus, naik turunnya panjang antrian yang mengakibatkan waktu penumpang menunggu di terminal menjadi tidak menentu. Salah satu cara untuk memperkecil kemungkinan tersebut adalah dengan cara mempelajari pola distribusi probabilitasnya. Distribusi probabilitas teoritis yang sering digunakan dalam fungsi permintaan adalah distribusi normal, distribusi uniform, dan distribusi *Poisson*.

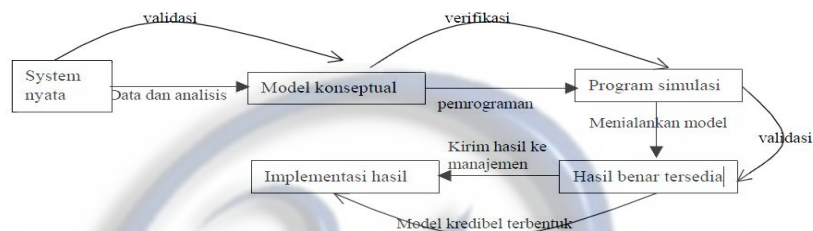
2.11.4 Verifikasi dan Validasi

Model simulasi yang dibangun harus kredibel. Representasi kredibel sistem nyata oleh model simulasi ditunjukkan oleh *verifikasi* dan *validasi* model. *Verifikasi* adalah proses pemeriksaan apakah logika operasional model (program komputer) sesuai dengan logika diagram alur. (Hoover, 1989);

Verifikasi adalah pemeriksaan apakah program komputer simulasi berjalan sesuai dengan yang diinginkan, dengan pemeriksaan program komputer. *Verifikasi*

memeriksa penerjemahan model simulasi konseptual (diagram alur dan asumsi) ke dalam bahasa pemrograman secara benar (Law dan Kelton, 1991).

Validasi adalah proses penentuan apakah model, sebagai konseptualisasi atau abstraksi, merupakan representasi berarti dan akurat dari sistem nyata (Hoover, 1989). *Validasi* adalah penentuan apakah mode konseptual simulasi (sebagai tandingan program komputer) adalah representasi akurat dari sistem nyata yang sedang dimodelkan (Law dan Kelton, 1991).



Gambar 2. 10 Relasi *Verifikasi*, *Validasi* dan Pembentukan Model Kredibel (Sumber : Law dan Kelton, 1991)

A. Aturan *Verifikasi* Dan *Validasi* Dalam Simulasi

Ketika membangun model simulasi sistem nyata, kita harus melewati beberapa tahapan atau level pemodelan. Seperti yang dapat dilihat pada Gambar 2.10, pertama kita harus membangun model konseptual yang memuat elemen sistem nyata. Dari model konseptual ini kita membangun model logika yang memuat relasi logis antara elemen sistem juga *variable eksogenus* yang mempengaruhi sistem. Model kedua ini sering disebut sebagai model diagram alur. Menggunakan model diagram alur ini, lalu dikembangkan program komputer, yang disebut juga sebagai model simulasi, yang akan mengeksekusi model diagram alur.

Pengembangan model simulasi merupakan proses iteratif dengan beberapa perubahan kecil pada setiap tahap. Dasar iterasi antara model yang berbeda adalah kesuksesan atau kegagalan ketika *verifikasi* dan *validasi* setiap model. Ketika *validasi* model dilakukan, kita mengembangkan representasi kredibel sistem nyata, ketika *verifikasi* dilakukan kita memeriksa apakah logika model diimplementasikan dengan benar atau tidak. Karena *verifikasi* dan *validasi*

berbeda, teknik yang digunakan untuk yang satu tidak selalu bermanfaat untuk yang lain.

Baik untuk *verifikasi* atau *validasi* model, kita harus membangun sekumpulan kriteria untuk menilai apakah diagram alur model dan logika internal adalah benar dan apakah model konseptual representasi valid dari sistem nyata. Bersamaan dengan kriteria evaluasi model, kita harus spesifikasikan siapa yang akan mengaplikasikan kriteria dan menilai seberapa dekat kriteria itu memenuhi apa yang sebenarnya.

Tabel 2. 3 Hal -Hal Dalam *Verifikasi* dan *Validasi*.

Model	<i>Verifikasi</i>	<i>Validasi</i>
Konseptual		Apakah model mengandung semua elemen, kejadian dan relasi yang sesuai?
		Apakah model dapat menjawab pertanyaan permodelan?
Logika	Apakah kejadian direpresentasikan dengan benar	Apakah mode memuat semua kejadian yang ada pada model konseptual?
	Apakah rumus matematika dan relasi benar?	
Komputer atau Simulasi	Apakah ukuran statistik dirumuskan dengan benar?	Apakah model memuat semua relasi yang ada dalam model konseptual?
	Apakah kode komputer memuat semua aspek mode logika?	Apakah model komputer merupakan representasi valid dari sistem nyata?
	Apakah statistik dan rumus dihitung dengan benar?	Dapatkah model komputer menduplikasi kinerja sistem nyata?
	Apakah mode mengandung kesalahan pengkodean?	Apakah <i>output</i> model komputer mempunyai kredibilitas dengan ahli sistem dan pembuat keputusan?

(Sumber : Law dan Kelton, 1991)

Praktisi simulasi harus dapat menentukan aspek apa saja, dari sistem yang kompleks, yang perlu disertakan dalam model simulasi Petunjuk umum dalam menentukan tingkat kedetailan yang diperlukan dalam model simulasi :

1. Hati-hati dalam mendefinisikan

2. Model-model tidak valid secara universal
3. Memanfaatkan 'pakar' dan analisis sensitivitas untuk membantu menentukan level detail
4. Model

B. Validasi Model Konseptual

Validasi model konseptual adalah proses pembentukan abstraksi relevan sistem nyata terhadap pertanyaan model simulasi yang diharapkan akan dijawab. *Validasi* model simulasi dapat dibayangkan sebagai proses pengikat dimana analis simulasi, pengambil keputusan dan manajer sistem setuju aspek mana dari sistem nyata yang akan dimasukkan dalam model, dan informasi apa (*output*) yang diharapkan akan dihasilkan dari model. Tidak ada metode standar untuk *Validasi* model konseptual, kita hanya akan melihat beberapa metode yang berguna untuk *Validasi*.

C. Representasi Kejadian Sistem

Metode ini menggunakan graf kejadian seperti yang digunakan dalam pengembangan model simulasi. Teknik pembuatan grafnya juga sama, harus mendefinisikan dengan jelas relasi kondisional antar kejadian. Representasi graf dapat digunakan sebagai jembatan ke model logis (model diagram alur) juga sebagai alat bantu komunikasi antara analis simulasi, pengambil keputusan dan manajer. Hampir sama dengan graf kejadian adalah model diagram alur, merepresentasikan aliran entitas melalui sistem.

Secara konseptual, kita modelkan sistem sebagai interaksi kejadian:

1. pemakai melakukan koneksi ke sistem
2. pemakai terhubung dan sesi mulai
3. pemakai menyudahi sesi
4. pemakai yang ditolak mencoba koneksi ke sistem

D. Identifikasi Eksplisit Elemen yang Harus Ada dalam Model

Pada umumnya model konseptual tidak dapat memasukkan semua detail sistem nyata, melainkan hanya elemen yang relevan dengan pertanyaan yang diharapkan akan dijawab. Dalam pembuatan model konseptual, semua kejadian, fasilitas, peralatan, aturan operasi, variabel status, variabel keputusan dan ukuran kinerja harus jelas diidentifikasi dan akan menjadi bagian dari model simulasi. Kita juga harus mengidentifikasi dengan jelas semua elemen yang tidak akan dimasukkan dalam model simulasi. Analisis simulasi, pengambil keputusan dan manajer harus bergabung untuk memutuskan berapa banyak sistem nyata harus dimasukkan untuk menghasilkan representasi valid sistem nyata.

Dua filosofi yang digunakan untuk memutuskan berapa banyak sistem nyata harus dimasukkan dalam model simulasi:

1. Masukkan semua aspek sistem yang dapat mempengaruhi perilaku sistem dan menyederhanakan model begitu dapat memahami elemen relevan sistem.
2. Mulai dengan model sederhana sistem dan biarkan model berkembang semakin kompleks sejalan dengan semakin jelasnya elemen-elemen sistem yang harus dimasukkan dalam model untuk menjawab pertanyaan. Kita juga percaya bahwa filosofi berikut ini juga perlu diikuti :
3. Keluarkan usaha dan waktu yang lebih banyak dengan mereka yang lebih memahami sistem nyata, identifikasi semua elemen yang akan memberikan dampak signifikan akan jawaban pertanyaan model yang diharapkan akan dijawab.

E. Verifikasi dan Validasi Model Logis

Bentuk model logis tergantung dari bahasa pemrograman yang akan digunakan. Jika model konseptual sudah dibangun dengan baik, *verifikasi* model konseptual bukan pekerjaan kompleks. Ada beberapa pertanyaan yang harus dijawab sebelum kita yakin bahwa model logis merepresentasikan model konseptual. Salah satu pendekatan yang digunakan untuk *verifikasi* model logis adalah dengan fokus pada:

1. Apakah kejadian dalam model diproses dengan benar?

2. Apakah rumus matematika dan relasi dalam model valid?
3. Apakah statistik dan ukuran kinerja diukur dengan benar?

Verifikasi dan Validasi Pemrosesan Kejadian

1. *Validasi* bahwa model logis mengandung semua kejadian dalam model konseptual
2. *Verifikasi* hubungan di antara kejadian
3. *Verifikasi* bahwa model logis memproses kejadian secara simultan dengan urutan benar.
4. *Verifikasi* bahwa semua variabel status yang berubah karena terjadinya suatu kejadian diperbaiki dengan benar.

Metode umum yang digunakan untuk *verifikasi* dan *validasi* pemrosesan kejadian dalam model logis adalah *structured walk-through*, dimana pengembang model logis harus menjelaskan (*walk through*) logika detil model ke anggota lain tim pengembang model simulasi.

F. Verifikasi Model Komputer

Teknik *verifikasi* Program:

Teknik 1. Buatlah dan debug program komputer dalam modul-modul atau subprogramsubprogram

Teknik 2. Buatlah program komputer secara bersama-sama (lebih dari satu orang)

Teknik 3. Menjalankan simulasi dengan berbagai variasi parameter *input* dan memeriksa apakah *outputnya* reasonable

Teknik 4. Melakukan “trace”. Teknik ini merupakan salah satu teknik yang powerful yang dapat digunakan untuk mendebug program simulasi event diskrit.

Teknik 5. Model sebaiknya dapat dijalankan (jika memungkinkan) dengan asumsi sederhana.

Teknik 6. Untuk beberapa model simulasi, akan lebih bermanfaat untuk melakukan observasi sebuah animasi dari *output* simulasi.

Teknik 7. Tulislah mean sampel dan variansi sampel untuk setiap probabilitas distribusi *input* simulasi, dan bandingkan dengan mean dan variansi yang diinginkan (misalnya secara historis)

Teknik 8. Gunakan paket simulasi Model komputer di*Verifikasi* dengan menunjukkan bahwa program komputer adalah implementasi tepat model logis. Beberapa metode yang digunakan untuk *Verifikasi* model komputer adalah unik terhadap simulasi, sementara metode *Verifikasi* lain sama dengan yang digunakan dalam setiap pengembangan perangkat lunak lainnya. *Verifikasi* model computer sangat tergantung dengan bahasa pemrograman yang digunakan dan tidak ada metodologi umum yang disetujui. *Verifikasi* model komputer sering membutuhkan imajinasi dan keahlian tinggi analis, dan ini adalah satu aktivitas dalam proyek simulasi yang dilakukan tanpa bantuan pengambil keputusan dan manajer.

Verifikasi model komputer dapat dilakukan dengan:

1. Metode pemrograman terstruktur
2. Penelusuran model simulasi
3. Pengujian
4. Pengujian relasi logis
5. *Verifikasi* dengan model analitis
6. *Verifikasi* menggunakan grafik

G. Validasi Model Simulasi

Perspektif Umum Simulasi:

1. Eksperimen dengan model simulasi untuk eksperimen sistem aktual
2. Kemudahan atau kesulitan dari proses *validasi* tergantung pada kompleksitas sistem yang dimodelkan
3. Sebuah model simulasi dari sebuah sistem yang kompleks hanya dapat menjadi pendekatan terhadap aktual sistem
4. Sebuah model simulasi sebaiknya selalu dibangun untuk sekumpulan tujuan tertentu

5. Sebuah buku catatan dari asumsi-asumsi model simulasi sebaiknya diupdate berkala
6. Sebuah model simulasi sebaiknya *validasi* relatif terhadap ukuran kinerja yang akan digunakan untuk pengambilan keputusan
7. Pembentukan model dan *validasi* sebaiknya dilakukan sepanjang pensimulasian
8. Pada umumnya tidak mungkin untuk membentuk *validasi* statistik secara formal diantara data *output* model dengan data *output* sistem actual

Langkah 1. Membangun sebuah model dengan usaha melibatkan informasi semaksimal mungkin:

1. Berdiskusi dengan para ‘pakar’ sistem
2. Melakukan observasi terhadap sistem
3. Memanfaatkan Teori yang ada
4. Memanfaatkan hasil dari Model simulasi yang sama dan relevan
5. Menggunakan pengalaman atau intuisi
6. Memanfaatkan Teori yang ada
7. Memanfaatkan hasil dari Model simulasi yang sama dan relevan
8. Menggunakan pengalaman atau intuisi

Langkah 2. Menguji asumsi-asumsi model secara empiris

Jika distribusi probabilitas secara teoritis cocok dengan observasi dan digunakan sebagai *input* untuk model simulasi, dapat diuji dengan pembuatan grafik dan *uji goodness-of-fit* Jika beberapa himpunan data diobservasi untuk fenomena random yang sama, maka perbaikan dari penggabungan data tersebut dapat ditentukan dengan uji *Kruskal-Wallis* Salah satu utiliti yang sangat berguna adalah analisis sensitivitas

Langkah 3. Menentukan seberapa representatif *output* Simulasi Prosedur Statistik untuk membandingkan data *output* dari observasi dunia nyata dan simulasi:

1. Korelasi pendekatan inspeksi :
2. Pendekatan pendugaan selang kepercayaan berdasarkan data independen
3. Pendekatan Time Series

Validasi model simulasi dilakukan dengan partisipasi analis, pengambil keputusan dan manajer sistem. Uji *validasi* model adalah apakah pengambil keputusan dapat mempercayai model yang digunakan sebagai bagian dari proses pengambilan keputusan. Tidak ada teknik tunggal untuk melakukan *validasi* model. Prosedur *validasi* model simulasi tergantung dari sistem yang sedang dimodelkan dan lingkungan pemodelan. Beberapa metode *validasi* adalah:

1. Perbandingan *output* simulasi dengan sistem nyata.
2. Metode Delphi.
3. Pengujian Turing.
4. Perilaku ekstrim

Data *Output* Sistem Data *Output* Model Sistem Aktual Model Simulasi Data *Input* Sistem Secara historis Data *Input* Sistem Secara Historis Perbandingan-Perbandingan *Output* Simulasi dengan Sistem Nyata Membandingkan *output* ukuran kinerja model simulasi dengan ukuran kinerja yang sesuai dari sistem nyata adalah metode yang paling sesuai untuk melakukan *validasi* model simulasi. Jika ukuran kinerja sistem nyata cukup tersedia, uji statistik umum seperti uji t digunakan dimana kita menguji hipotesis kesamaan nilai rata-rata. Kadang-kadang uji F juga dapat digunakan untuk menguji kesamaan ragam sistem nyata dengan model simulasi.

Beberapa metode nonparametrik lainnya juga bisa digunakan, misalnya *Chi Square* dan *Kolmogorov Smirnov*. Perbandingan antara model dan sistem nyata merupakan perbandingan statistik dan perbedaan dalam performans harus diuji untuk signifikansi statistiknya. Perbandingan ini tidak bias dilakukan dengan sederhana begitu, karena performans yang diukur menggunakan simulasi didasarkan pada periode waktu yang sangat lama, mungkin beberapa tahun.

Kinerja yang diukur dalam sistem nyata sebaliknya didasarkan pada periode waktu singkat, mungkin hanya dalam ukuran minggu atau paling lama bulan. Kendala kedua, semua kondisi awal sistem, yang mempunyai pengaruh pada performans sistem secara umum tidak diketahui pada sistem nyata.

Permasalahan lainnya dalam membuat perbandingan statistik antara sistem nyata dengan model simulasi adalah bahwa performan yang diukur dalam sistem nyata mungkin merefleksikan banyak elemen atau pengaruh dalam sistem yang dikeluarkan dari sistem. Contohnya, ukuran kinerja untuk sistem produksi mungkin memasukkan pengaruh seperti shift kerja panjang, liburan dan kecelakaan industri. Pengaruh ini lebih disukai dikeluarkan dari model simulasi karena pengaruhnya akan konstan untuk sembarang alternatif model simulasi yang diharapkan untuk dievaluasi. Dalam banyak proyek model yang sedang disimulasikan, sistem nyata bahkan belum ada.

